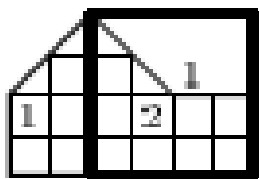


**Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников
имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году**

Решение 4 класс

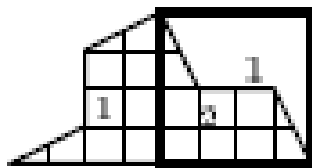
1. **Ответ: 1010.** Решение: Сумма вычитаемого и разности равна уменьшаемому.
 $У - В = Р$ $У = В + Р$ $У + В + Р = 2020$ $У + У = 2020$ $У = 1010$
2. **Ответ: 21 м/с, 147 м.** Решение: На 378 м поезду потребовалось $25 - 7 = 18$ секунд.
Следовательно, его скорость равна $378 : 18 = 21$ м/с, а длина $21 \cdot 7 = 147$ м.
(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи -2 балла).
3. **Ответ: 4 стола.**
Решение:
1) $14 : 2 = 7$ (столов) – с 1 ящиком
2) $25 - 7 = 18$ (ящиков) – всего ящиков осталось с 2 и 3 ящиками
3) $2 \cdot 7 = 14$ (ящиков) – все столы с 2 ящиками
4) $18 - 14 = 4$ (ящика) – «лишние»
5) $3 - 2 = 1$ (ящик) – разница
6) $4 : 1 = 4$ (стола) – с 3 ящиками
4. **Ответ:** решение на рисунке



5. **Ответ: $x=7$ см, $S=143$ см².** Решение. Заметим, что сторона самого большого квадрата равна сумме сторон двух квадратов: следующего за ним по часовой стрелке и самого маленького.
Так как противоположные стороны прямоугольника равны, получим запись $x + (x-1) = (x-3) + (x-3) + (x-2)$. Перебором находим сторону большого квадрата, которая равна 7 см. Тогда стороны прямоугольника равны 13 см и 11 см.

Решение 5 класс

- 1. Ответ: 27.** Решение: Число, которое в 3 раза больше суммы своих цифр, должно делиться на 3. Перебираем различные варианты. Итак, искомое число можно записать в виде $10x + y$. Сумма цифр этого равна $x + y$. Значит, можно составить уравнение $10x + y = 3(x + y)$. Решив его, получим: $x = 2, y = 7$. Искомое же число 27.
- 2. Ответ: 2 часа.** Решение. Пусть расстояние между городами будет равно 240 км.
- 1) $240:3=80$ (км/ч) – скорость автомобиля
 - 2) $240:6=40$ (км/ч) – скорость грузовика
 - 3) $80+40=120$ (км/ч) – скорость сближения
 - 4) $240:120=2$ (часа) – время встречи.
- (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).
- 3. Ответ: 20 рублей.** Решение: 6 тетрадей, 6 ручек и 6 карандашей стоят 720 рублей. Сложим все суммы и получим, что 8 тетрадей, 6 ручек и 6 карандашей стоят 760 рублей. Тогда 2 тетради стоят 40 рублей, а 1 тетрадь стоит 20 рублей.
- 4. Ответ:** решение на рисунке



- 5. Ответ: $P=39$ см, $S = 189/2=94,5$ см²** Стороны двух маленьких квадратов одинаковы и равны 3 см. Сторона большого внутреннего квадрата 6 см, тогда $CD = AB = 9$ см. Находим стороны двух остальных квадратов $9:2=4,5$ см. Значит $BC=AD=10,5$ см. Периметр $ABCD=2 \cdot (9+10,5)=39$ см.

Решение 6 класс

1. Ответ: 33. Решение: Среди чисел от 1 до 100 единицу в записи содержит ровно двадцать: это сама единица, десять чисел от 10 до 19, числа 21, 31, ..., 91 (их восемь) и число 100. Значит, ни одно из этих чисел не было стерто. Аналогично, чисел с двойкой ровно девятнадцать: сама двойка, десять чисел третьего десятка, а также 12, 32, 42, ..., 92 (таких восемь). То есть и из них Батр ни одно не стер. Всего таких чисел $19 + 20 - 2 = 37$ (мы вычитаем 2, поскольку числа 12 и 21 посчитаны два раза). Всего осталось $37 + 30 = 67$ чисел, а Батр стер $100 - 67 = 33$ числа.

2. Ответ: 60 минут. Решение. Путь, который велосипедист проехал за 12 минут (до встречи с мотоциклистом), мотоциклист проехал за 3 минуты. Таким образом, скорость велосипедиста в 4 раза меньше скорости мотоциклиста $12:3=4$. Весь путь мотоциклист проехал за 15 минут, значит, велосипедист проехал этот путь в 4 раза дольше $15 \times 4=60$ минут. (При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).

3. Ответ: 3 мужчин, 13 женщин, 4 детей.

Решение: Пусть количество мужчин-М, женщин - Ж. детей-Д. По условию

$$M + Ж + Д = 20, \quad 20M + 5Ж + 3Д = 137$$

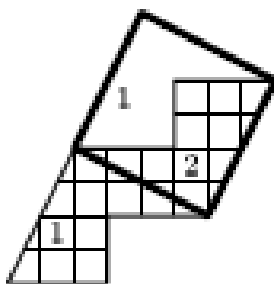
$$\text{Выразим } Д = 20 - М - Ж \quad 20M + 5Ж + 3(20 - М - Ж) = 137$$

$$20M + 5Ж + 60 - 3М - 3Ж = 137$$

$17M + 2Ж = 77$ Перебором находим 2 решения уравнения, из которых удовлетворяет условию задачи только $M=3$. Тогда $Ж=13$, а $Д=4$.

мужчина	1	3
женщина	30	13

4. Ответ: решение на рисунке.



5. Ответ: 8 см². Решение:

1 способ. Площадь четырехугольника равна сумме площадей 2 треугольников с общей стороной 4 см. Поэтому $S = 1 \cdot 4 : 2 + 4 \cdot 3 : 2 = 8$.

2 способ. Площадь четырехугольника равна разности площади квадрата 4х4 и четырех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника. Поэтому $S = 4 \cdot 4 - 1 \cdot 3 : 2 - 1 \cdot 1 : 2 - 1 \cdot 3 : 2 - 3 \cdot 3 : 2 = 8$

Решение 7 класс

- 1. Ответ: 225.** Решение: Пусть x — наименьшее из написанных чисел. Обозначим через $(x + y)$ вычеркнутое число ($0 < y < 9$). Тогда $x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) + (x + 6) + (x + 7) + (x + 8) + (x + 9) - (x + y) = 2020$

Приведём подобные слагаемые: $10x + 45 - x - y = 2020$, то есть $9x = 1975 + y$. Отсюда $1975 + y$ делится на 9. Учитывая условие, что $0 < y < 9$ получаем $y = 5$. Значит, $x = 1980 : 9 = 220$, $x + y = 225$.

- 2. Ответ: в 6 раз.** Решение. Обозначим точку, в которой Иляна встретила автобус буквой А. Так как Иляна приехала в школу на 10 минут раньше, то автобус был в пути на 10 минут меньше обычного. Т.е. путь от А до дома Иляны и снова до А занимает у автобуса 10 минут, следовательно, путь от А до дома занимает у него 5 минут. Посмотрим, сколько времени занимает этот же путь у идущей пешком Иляны. В тот момент, когда она встретила автобус, ему оставалось ехать до дома Иляны еще 5 минут. А так как Иляна вышла из дома на 35 мин. раньше, то в этот момент она была в пути уже $35 - 5 = 30$ мин. Итак, мы выяснили, что на участок, который автобус проезжает за 5 минут Иляна потратила 30 мин. Следовательно, скорость школьного

автобуса больше скорости Иляны в 6 раз.

$$\frac{v_{авт}}{v_{Иляны}} = \frac{S}{t_{авт}} : \frac{S}{t_{Иляны}} = \frac{t_{Иляны}}{t_{авт}} = \frac{30}{5} = 6$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).

- 3. Ответ: на 80%.** Решение. Пусть количество марок «космос» - x , «архитектура» - y и «японские нецки» - z .

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 3x + y + z = 1,7 \\ x + 3y + z = 1,5 \\ x + y + 3z = p \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y + 5z = 5 \\ 3x + y + z = 1,7 \\ x + 3y + z = 1,5 \\ x + y + 3z = p \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y + 5z = 5 \\ 5x + 5y + 5z = 1,7 + 1,5 + p \end{cases}$$

$1,7 + 1,5 + p = 5$, $p = 5 - 3,2 = 1,8$. Таким образом, на 80% изменилось бы общее количество марок, если количество марок «японские нецки» увеличить втрое.

- 4. Ответ: возможны 2 способа разрезания (рис.1, рис.2). Нижний треугольник (рис.3) переместить вверх и получится квадрат.**

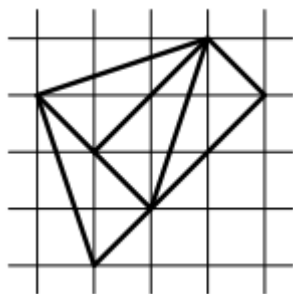


Рис.1

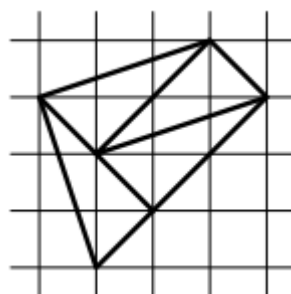
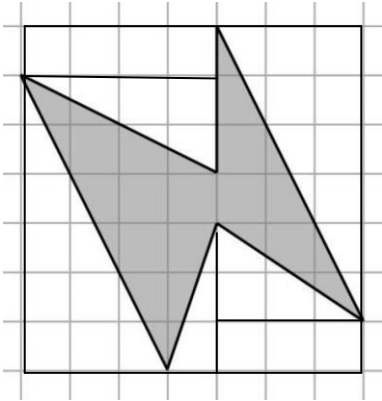


Рис.2

5. **Ответ: 15,5 см².** Решение: Площадь четырехугольника равна разности площади квадрата 7х7 и 7 фигур (прямоугольников и прямоугольных треугольников). Поэтому $S = 7 \cdot 7 - 4 - 3 - 3 \cdot 6 : 2 - 3 \cdot 6 : 2 - 4 \cdot 2 : 2 - 1 \cdot 3 : 2 - 2 \cdot 3 : 2 = 15,5$



**Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников
имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году**

Решение 8 класс

- 1. Ответ: 51 и 15; 84 и 48; 62 и 26; 73 и 37. Решение.**

Пусть числа представимы в виде \overline{xu} и \overline{yx} , состоящие из следующих цифр x и y .

Тогда разность $\overline{xu} - \overline{yx} = 10x + y - 10y - x = 9(x - y)$ равна полному квадрату при $x - y = 4$

x	5	8	6	7
y	1	4	2	3

Получим следующие пары чисел: 51 и 15; 48 и 84; 62 и 26; 73 и 37.

- 2. Ответ: 2 км/ч. Решение:** Пусть собственная скорость парохода равна x км/ч, а скорость течения реки y км/ч. Составим таблицу.

Этапы	направления движения	путь	скорость	время	израсходованное время
первый	по течению	100	$x+y$	$\frac{100}{x+y}$	9ч
	против течения	64	$x-y$	$\frac{64}{x-y}$	
второй	по течению	80	$x+y$	$\frac{80}{x+y}$	9ч
	против течения	80	$x-y$	$\frac{80}{x-y}$	

Составим систему уравнений и решим её:

$$\begin{cases} \frac{100}{x+y} + \frac{64}{x-y} = 9 \\ \frac{80}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 9 \end{cases} \begin{cases} \frac{400}{x+y} + \frac{256}{x-y} = 36 \\ \frac{400}{x+y} + \frac{400}{x-y} = 45 \end{cases} \begin{cases} \frac{400}{x+y} + \frac{256}{x-y} = 36 \\ \frac{144}{x-y} = 9 \end{cases} \begin{cases} \frac{400}{x+y} = 20 \\ \frac{144}{x-y} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=16 \end{cases} \begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).

- 3. Доказательство.** Мальчиков и девочек, говорящих на каком-то одном языке либо поровну, либо кого-то из них больше. Гарантировать 101 пару нельзя: может быть, что в одной группе 200 мальчиков, в другой 200 девочек, а в третьей поровну по 100. Рассмотрим 2 случая.

а) Если количество мальчиков и девочек в какой-либо языковой группе поровну, то их по $200:2 = 100$, из которых мы и сформируем 100 пар.

б) Пусть в 2-х из трех (Р, Г, Ф) языковых группах мальчиков больше, чем девочек

(во всех трех группах мальчиков больше быть не может, т.к. всех мальчиков и девочек поровну). Обозначим количество девочек (их меньше) в этих группах за D_p, D_g . В третьей группе количество мальчиков (их меньше) M_ϕ . В каждой языковой группе можно гарантированно сформировать количество пар, равное минимуму из M и D . В первых двух группах это D_p, D_g пар, а в третьей M_ϕ пар, т.е. всего минимум $D_p + D_g + M_\phi$ пар.

Т.к. всего девочек 300, то $D_p + D_g + D_\phi = 300$.

Количество девочек $D_\phi = 200 - M_\phi$. Откуда $D_p + D_g + (200 - M_\phi) = 300$

$D_p + D_g = 100 + M_\phi \geq 100$

Значит всего может участвовать минимум $D_p + D_g + M_\phi \geq D_p + D_g \geq 100$ пар. ч.т.д.

4. **Ответ:** возможны 2 способа разрезания (рис.1, рис.2). Нижний треугольник (рис.3) переместить вверх и получится квадрат. Необходимо доказать, что полученная фигура квадрат (доказать, что стороны равны и углы равны).

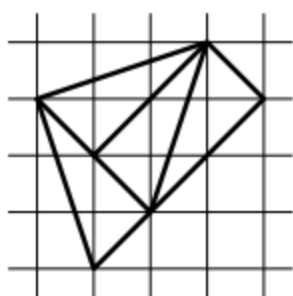


Рис.1

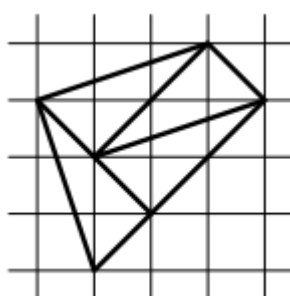


Рис.2

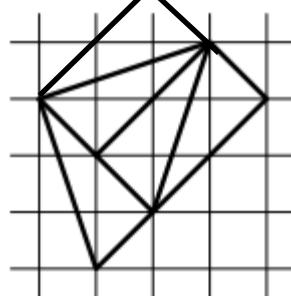
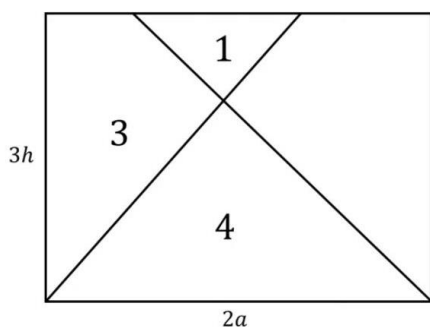
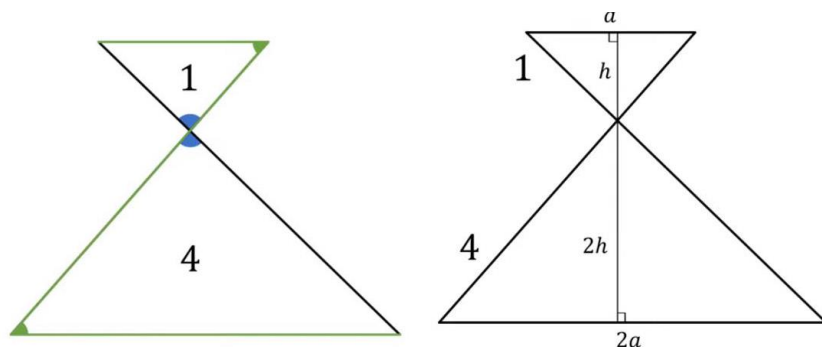


Рис.3

5. **Ответ:** 12 см^2 . Решение. Рассмотрим два подобных треугольника. Обозначим основания треугольников за a и $2a$, тогда высоты треугольников будут равны h и $2h$. Тогда стороны прямоугольника будут равны $3h$ и $2a$. Откуда $ah=2$ и $3h \cdot 2a=12$.



**Школьный этап XII республиканской математической олимпиады школьников
имени академика РАО П.М. Эрдниева в 2019-2020 учебном году**

Решение 9 класс

- 1. Ответ: 31,32,...70.** Решение. Пусть x -первое натуральное число последовательности $x+(x+1)+\dots+(x+n)=2020$. $x(n+1)+n(n+1)/2=2020$.

Получим уравнение и разложим на множители правую часть $(n+1)(2x+n)=2\cdot 2020=4\cdot 1010=5\cdot 808=8\cdot 505=10\cdot 404=40\cdot 101$, отсюда следует, что x – двузначное, трехзначное или четырехзначное число.

$n+1=40$ $n=39$. Таким образом, этих чисел 40. Подставим и решим уравнение $2x+39=101$, откуда получим $x=31$. Найдем остальные 39 чисел 32...,70.

- 2. Ответ: 2 км/ч.** Решение: Пусть собственная скорость парохода равна x км/ч, а скорость течения реки y км/ч. Составим таблицу.

Этапы	направления движения	путь	скорость	время	израсходованное время
первый	по течению	100	$x+y$	$\frac{100}{x+y}$	9ч
	против течения	64	$x-y$	$\frac{64}{x-y}$	
второй	по течению	80	$x+y$	$\frac{80}{x+y}$	9ч
	против течения	80	$x-y$	$\frac{80}{x-y}$	

Составим систему уравнений и решим её:

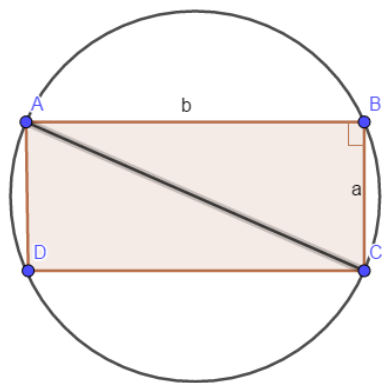
$$\begin{cases} \frac{100}{x+y} + \frac{64}{x-y} = 9 \\ \frac{80}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{400}{x+y} + \frac{256}{x-y} = 36 \\ \frac{400}{x+y} + \frac{400}{x-y} = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{400}{x+y} + \frac{256}{x-y} = 36 \\ \frac{144}{x-y} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{400}{x+y} = 20 \\ \frac{144}{x-y} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: верное решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, верное решение обратной задачи-2 балла).

- 3. Ответ: 2020 π Решение:** Пусть a, b – корни данного квадратного уравнения. По т. Виета ($a = 1, b = -90, c = 10$, корни существуют по условию):

$$\begin{cases} ab = 10 \\ a + b = 90 \end{cases}$$



Т.к. окружность описана около прямоугольника, то диагональ d прямоугольника – диаметр окружности.

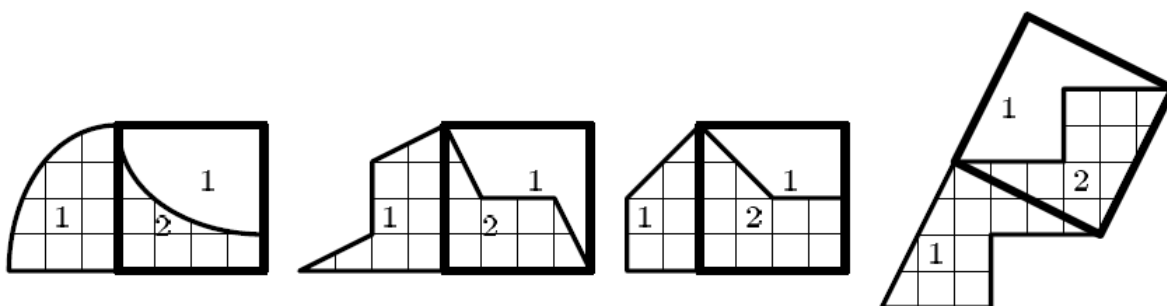
По т. Пифагора: $d^2 = a^2 + b^2$

$$d^2 = (a + b)^2 - 2ab = 90^2 - 2 \cdot 10 = 8100 - 20 = 8080.$$

Искомая площадь равна:

$$S_{кр} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{8080\pi}{4} = 2020\pi$$

4. Ответ: Разрезания приведены на рисунке. (1 верное решение - 1 балл, 2 решения -3 балла, 3 решения -5 баллов, 4 решения -7 баллов).



5. Ответ: 144 см^2 . Решение: Исходный треугольник подобен 3 образовавшимся треугольникам по первому признаку подобия. Поэтому площади 2 образовавшихся треугольников относятся $S_1 : S_2 : S_3 = 4 : 9 : 49$

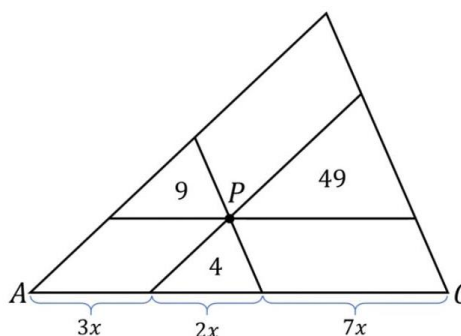
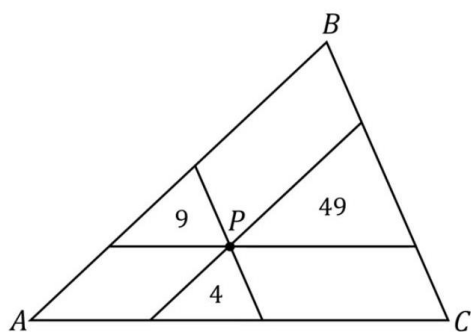
Соответственные стороны относятся как $a_1 : a_2 : a_3 = 2 : 3 : 7$

$$a_1 = 2x \quad a_2 = 3x \quad a_3 = 7x$$

Из 3 образовавшихся параллелограммов получим, что сторона $AC = 12x$

$$S_1 : S_{ABC} = \left(\frac{2}{12}\right)^2$$

$$S_{ABC} = 144$$



Решение 10 класс

- 1. Ответ: 1) 249,...,256 2) 402,...,406 .** Решение. Пусть x -первое натуральное число последовательности $x+(x+1)+\dots+(x+n)=2020$. $x(n+1)+n(n+1)/2=2020$.

Получим уравнение и разложим на множители правую часть $(n+1)(2x+n)=2\cdot 2020=4\cdot 1010=5\cdot 808=8\cdot 505=10\cdot 404=40\cdot 101$, отсюда следует, что x – либо двузначное, либо трехзначное или четырехзначное число.

1) $n+1=5$ $n=4$. Таким образом, этих чисел 5. Подставим и решим уравнение $2x+4=808$, откуда получим $x=402$. Найдем остальные 4 числа 403,...,407.

2) $n+1=8$ $n=7$. Таким образом, этих чисел 8. Подставим и решим уравнение $2x+7=505$, откуда получим $x=249$. Найдем остальные 7 чисел 250,...,256.

- 2. Ответ: 8 км.** Решение: Пусть v_1 и v_2 скорости пешеходов в км/ч, S -расстояние от А до В, а x – расстояние, которое осталось пройти второму пешеходу, когда первый закончит переход. Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} \frac{Sv_2}{2v_1} + 24 = S \\ \frac{Sv_1}{2v_2} + 15 = S \end{cases} \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ \frac{v_1}{v_2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases} \begin{cases} \frac{Sv_2}{v_1} + x = S \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases} \begin{cases} x = 8 \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, решение обратной задачи-2 балла).

- 3. Ответ: $4\frac{1}{6}$**

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases} \begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=2 \\ x^3+y^3+z^3=3 \end{cases}$$

$$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+xz+yz)$$

$$2=(1)^2-2(xy+xz+yz) \quad xy+yz+zx=-0,5$$

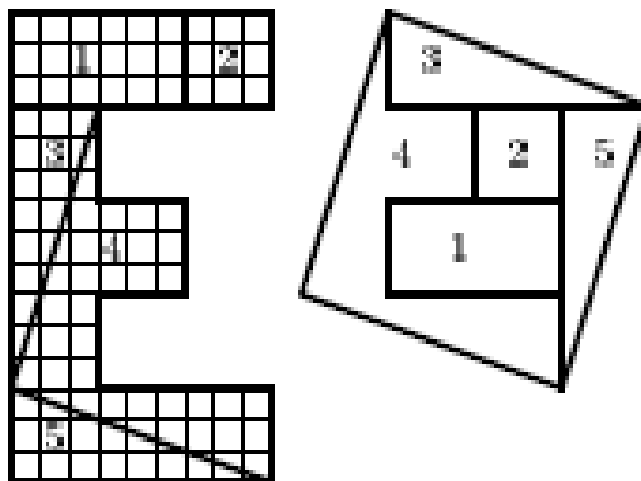
$$x^3+y^3+z^3=(x+y+z)^3-3(xy+xz+yz)(x+y+z)+3xyz$$

$$3=(1)^3-3(-0,5)+3xyz \quad xyz=\frac{1}{6}$$

$$x^4+y^4+z^4=(x^2+y^2+z^2)^2-2(xy+xz+yz)^2+4xyz(x+y+z)$$

$$x^4+y^4+z^4=4-2\cdot(-0,5)^2+4\cdot\frac{1}{6}=4\frac{1}{6}$$

4. Ответ: Разрезание приведено на рисунке.

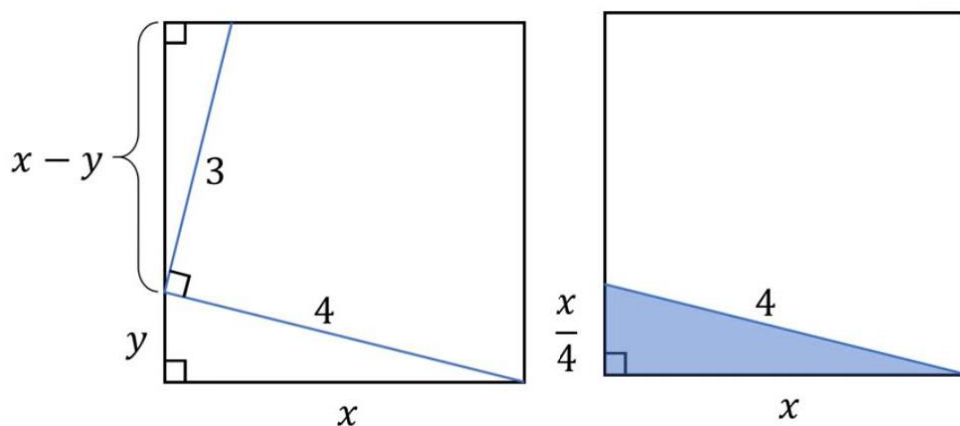


5. Ответ: $x = \frac{16}{\sqrt{17}}$. Решение: Треугольник со сторонами 3,4,5 – прямоугольный «египетский». Сторона квадрат равна x , а второй катет треугольника со стороной 4 см обозначим за y . Треугольники подобны по первому признаку (необходимо доказать), получим пропорцию

$$\frac{x-y}{x} = \frac{3}{4} \quad x = 4y$$

По теореме Пифагора получим $x^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 16$

$$x^2 = \frac{256}{17} \quad x = \frac{16}{\sqrt{17}}$$



Решение 11 класс

1. Ответ: 1) 249,...,256 2) 402,...,406 3) 31,...,70. Решение. Пусть x -первое натуральное число последовательности $x+(x+1)+\dots+(x+n)=2020$. $x(n+1)+n(n+1)/2=2020$.

Получим уравнение и разложим на множители правую часть $(n+1)(2x+n)=2 \cdot 2020=4 \cdot 1010=5 \cdot 808=8 \cdot 505=10 \cdot 404=40 \cdot 101$, отсюда следует, что x – либо двузначное, либо трехзначное или четырехзначное число.

1) $n+1=5$ $n=4$. Таким образом, этих чисел 5. Подставим и решим уравнение $2x+4=808$, откуда получим $x=402$. Найдем остальные 4 числа 403,...,407.

2) $n+1=8$ $n=7$. Таким образом, этих чисел 8. Подставим и решим уравнение $2x+7=505$, откуда получим $x=249$. Найдем остальные 7 чисел 250,...,256.

3) $n+1=40$ $n=39$. Таким образом, этих чисел 40. Подставим и решим уравнение $2x+39=101$, откуда получим $x=31$. Найдем остальные 39 чисел 32,...,70.

2. Ответ: 8 км. Решение: Пусть v_1 и v_2 скорости пешеходов в км/ч, S -расстояние от А до В, а x – расстояние, которое осталось пройти второму пешеходу, когда первый закончит переход. Составим систему и решим её:

$$\begin{cases} \frac{Sv_2}{2v_1} + 24 = S \\ \frac{Sv_1}{2v_2} + 15 = S \end{cases} \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ \frac{v_1}{v_2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases} \begin{cases} \frac{Sv_2}{v_1} + x = S \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases} \begin{cases} x = 8 \\ \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{4} \\ S = 40 \end{cases}$$

(При оценивании необходимо учитывать наличие в записи текста обратной задачи: решение прямой задачи 4 балла, составление обратной задачи -1 балл, решение обратной задачи-2 балла).

3. Ответ: 6.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3 \end{cases} \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 3 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + xz + yz)$$

$$2 = (1)^2 - 2(xy + xz + yz) \quad xy + yz + zx = -0,5$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = (x + y + z)^3 - 3(xy + xz + yz)(x + y + z) + 3xyz$$

$$3 = (1)^3 - 3(-0,5) + 3xyz \quad xyz = \frac{1}{6}$$

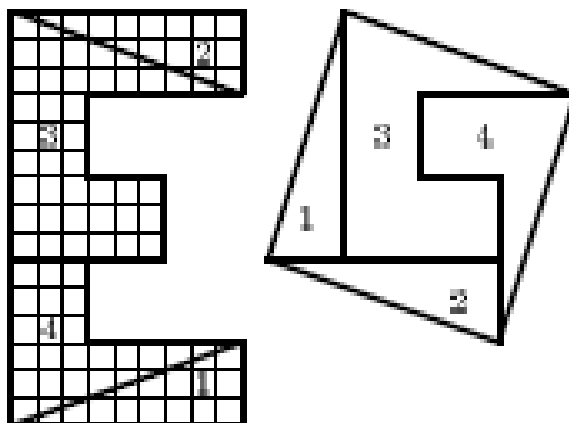
$$x^4 + y^4 + z^4 = (x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2(xy + xz + yz)^2 + 4xyz(x + y + z)$$

$$x^4 + y^4 + z^4 = 4 - 2 \cdot (-0,5)^2 + 4 \cdot \frac{1}{6} = 4 \frac{1}{6}$$

$$x^5 + y^5 + z^5 = x^4 + y^4 + z^4 - (x^3 + y^3 + z^3)(xy + xz + yz) + xyz(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$x^5 + y^5 + z^5 = \frac{25}{6} - 3(-0,5) + \frac{1}{6} \cdot 2 = 6$$

4. Ответ: Разрезание приведено на рисунке.

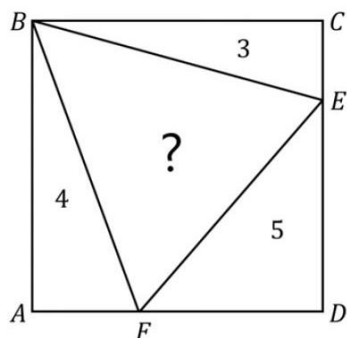


5. Ответ: $4\sqrt{6}$

Решение:

Пусть $AB=BC=x$ -сторона квадрата, тогда $AF = \frac{8}{x}$ $CE = \frac{6}{x}$

Выразим площадь треугольника и получим $S_{FED} = \frac{1}{2} \left(x - \frac{6}{x} \right) \left(x - \frac{8}{x} \right) = 5$



Решим уравнение $\left(x - \frac{6}{x} \right) \left(x - \frac{8}{x} \right) = 10$

$$x^2 - 6 - 8 + \frac{48}{x^2} = 10 \quad x^2 + \frac{48}{x^2} = 24$$

$$x^2 = 12 \pm \sqrt{96}$$

$$S_{FEB} = x^2 - 12$$

$$\begin{cases} S_{FEB} = 4\sqrt{6} \\ S_{FEB} = -4\sqrt{6} < 0 \end{cases}$$

$$S_{FEB} = 4\sqrt{6}$$