

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 5 класса
2025 - 2026 учебный год**

Задания

- 5.1.** Как провести на плоскости пять прямых, чтобы получилось пять точек пересечения (точка пересечения - точка, через которую проходит не менее двух прямых)?
- 5.2.** В пяти пакетах лежат конфеты. В первом 7, во втором 8, в третьем 9, в четвёртом 11 и в пятом 15. Из любого пакета в любой другой можно переложить любое возможное число конфет. Можно ли за два перекладывания добиться равного числа конфет во всех пакетах? А за три?
- 5.3.** 9 рыцарей и лжецов встали в ряд. Каждый сказал, что рядом с ним стоит ровно один лжец. Сколько всего лжецов среди них, если рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда врут?
- 5.4.** В записи трёх двухзначных чисел нет нулей, и в каждом из них обе цифры различны. Их сумма равна 40. Какой может быть их сумма, если в них цифры поменять местами?
- 5.5.** В клетки доски 6×6 записаны числа 0 и 1 (см. рисунок справа). Можно ли разрезать доску на прямоугольники 1×2 так, чтобы в каждом прямоугольнике сумма записанных в её клетках чисел была равна 1?

0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 6 класса
2025 - 2026 учебный год
Задания**

6.1. В двузначном числе A поменяли цифры местами и получили число B . Найдите такое A , чтобы сумма $A + B$ делилась на 17.

6.2. Решите ребус $\text{ДОН} + \text{ОКА} + \text{ЛЕНА} + \text{ВОЛГА} = \text{АНГАРА}$ или объясните, почему ребус не имеет решения. (Одинаковыми буквами обозначения одинаковые цифры, разными — разные).

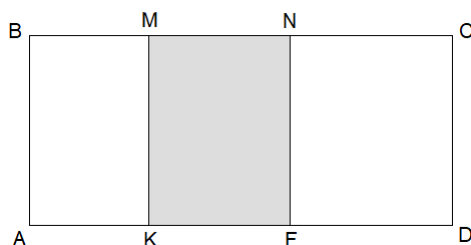
6.3. Имеется пять старинных монет, среди которых две поддельные. Эксперт может про любые две монеты за шоколадку указать, сколько среди них поддельных. У коллекционера Васи четыре шоколадки. Сможет ли Вася найти поддельные монеты, если эксперт требует указать ему сразу (до начала проверок) все пары монет, которые он должен проверить, и плату внести заранее?

6.4. Рабочие укладывали пол размера $n \times n$ плитками двух типов: 2×2 и 2×1 . Оказалось, что им удалось полностью уложить пол так, что было использовано одинаковое количества плиток каждого типа. При каких n такое могло получиться? (Резать плитки, а также накладывать их друг на друга нельзя.)

6.5. Прямоугольник 3×100 состоит из 300 квадратов 1×1 . Какое наибольшее число диагоналей можно провести в квадратах так, чтобы никакие две диагонали не имели общих концов? (В одном квадрате можно провести две диагонали, у них не будет общих концов. Общие внутренние точки разрешены.)

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 7 класса
2025 - 2026 учебный год
Задания**

- 7.1. Нарисуйте ряд из 11 кружочков, каждый из которых либо красный, либо синий, либо зелёный. Причём из любых трёх идущих подряд кружочков должен быть хотя бы один красный, из любых четырёх идущих подряд кружочков должен быть хотя бы один синий, а зелёных должно быть больше половины. Сколько красных кружочков у Вас получилось?
- 7.2. Представьте число 32 как произведение трёх целых множителей, сумма которых равна 3. Чему равен меньший из множителей?
- 7.3. В шляпе лежат три карточки: синяя, зелёная, красная. Пете, Васе и Толе дали по одной из них и попросили назвать цвета. Петя сказал «синяя», Вася — «синяя», Толя — «зелёная». После этого карточки опять скинули в шляпу и раздали заново. Теперь Петя сказал «синяя», Вася — «зелёная», Толя - «зелёная». Оказалось, что каждому мальчику доставались карточки разных цветов, и каждый раз ровно один ребёнок обманывал. Определите, какую карточку не видел Петя, какую — Вася и какую — Толя.
- 7.4. Вася написал на доске несколько целых чисел. Петя подписал под каждым из Васиных чисел квадрат этого числа. После чего Маша сложила все числа, написанные на доске и получила 2021. Докажите, что кто-то из ребят ошибся.
- 7.5. Прямоугольники $ABNF$ и $CMKD$ наложены друг на друга так, что их общей частью является прямоугольник $MNFK$, при этом оказалось, что $BN = 8$ см и $KD = 9$ см. Найдите площадь прямоугольника $MNFK$, если площадь $ABMK$ равна 25 см², площадь $CDFN$ равна 32 см².



**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 8 класса
2025 - 2026 учебный год
Задания**

8.1. Вася заменил в двух числах одинаковые цифры одинаковыми буквами, разные разными. Получилось, что число ЗАРАЗА делится на 4, а АЛМАЗ делится на 28. Найдите две последние цифры суммы ЗАРАЗА + АЛМАЗ.

8.2. Дан параллелограмм $ABCD$, $\angle D = 100^\circ$, $BC = 12$. На стороне AD есть такая точка L , что $\angle ABL = 50^\circ$, $LD = 4$. Найдите длину CD .

8.3. В лес за грибами ходили четыре мальчика и три девочки. Каждый нашёл несколько грибов, всего они собрали 70 штук. Из них две девочки не собрали поровну, а любые трое мальчиков принесли вместе не менее 43 грибов. У любых двоих детей число собранных грибов отличалось не более чем в 5 раз. Маша собрала больше всех из девочек. Сколько она принесла грибов?

8.4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ сторона BC вдвое меньше, чем AD . Диагональ AC перпендикулярна стороне CD , а диагональ BD перпендикулярна стороне AB . Найдите больший острый угол этого четырёхугольника, если меньший равен 36° .

8.5. В городе Буквинске люди знакомы, только если в их именах есть одинаковые буквы, а иначе — нет. У нескольких жителей Буквинска спросили, сколько у них знакомых в городе. Мартин сказал, что 20, Клим — 15, Инна — 12, Тамара — 12. Что ответила Камилла?

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 9 класса
2025 - 2026 учебный год
Задания**

- 9.1.** Пусть x, y, z – ненулевые числа. Докажите, что среди неравенств: $x + y > 0, y + z > 0, z + x > 0, x + 2y < 0, y + 2z < 0, z + 2x < 0$ по крайней мере два – неверные.
- 9.2.** Дана равнобокая трапеция с основаниями 4 и 12 и высотой 4. Можно ли разрезать её на три части и сложить из этих частей квадрат?
- 9.3.** Найдите такое наибольшее n , что сумма четвёртых степеней любых n простых чисел, больших 10, делится на n .
- 9.4.** В треугольнике ABC , в котором $AB > AC$, проведена биссектриса AL . На стороне AB выбрана точка K так, что $AK=AC$. Пусть O – центр окружности, описанной около треугольника ALB . Докажите, что углы KCB и ABO равны.
- 9.5.** Шахматная фигура «кентавр» ходит попеременно как конь и как белая пешка (т.е. строго на одну клетку вверх). Может ли она, начав с некоторой клетки шахматной доски 8×8 , обойти все клетки, побывав на каждой клетке ровно по разу, если первый ход она делает как пешка? Стартовая клетка считается обойденной.

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 10 класса
2025 - 2026 учебный год**

Задания

10.1. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

10.2. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

10.3. Найдите наименьшее значение функции

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 8x - 12y + 52} + \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13}$$

10.4. Числа x, y, z таковы, что $2x > y^2 + z^2$, $2y > x^2 + z^2$, $2z > y^2 + x^2$.
Докажите, что $xyz < 1$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O , при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S . Окружность ω , проходящая через точки A, O, C , пересекает отрезок CD в точке M ($M \neq C$). Докажите, что M – середина отрезка DS .

10.6. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

Ответ: Не могла.

Решение: Предположим, что сумма могла стать равной 175. Умножим каждое из полученных чисел на 3 (тогда сумма станет равной 525). Это будет равносильно тому, что некоторые задуманные ребята числа остались без изменений, а некоторые умножились на 15. Если число x умножается на 15, то сумма изменяется на $14x$, то есть на число, кратное 14. Так как часть чисел не менялась, а часть умножалась на 15, то итоговая сумма изменилась на число, кратное 14. Однако изменение суммы, равное $525 - 125 = 400$, на 14 не делится. Противоречие.

Критерии. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

В решении предполагается (или неявно используется), что после изменения все числа также целые – не более 2 баллов за задачу.

10.7. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

Ответ: Не мог.

Решение: В турнире с 10 игроками, проходящем в 1 круг, разыгрывается $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ очков. Поэтому найдется игрок, набравший не более $45 : 10 = 4,5$ очков. Значит, Петя, занявший абсолютное последнее место, набрал не более 4 очков. Аналогично, в турнире с $10 - 1 = 9$ игроками, проходящем в 1 круг, разыгрывается $\frac{9 \cdot 8}{2} = 36$ очков. Остальные 8 игроков набрали не менее 32 очков. Значит, найдется игрок (отличный от Пети), набравший (после пересчета) не менее $32 : 8 = 4$ очков. Поэтому Петя не мог стать абсолютным победителем турнира.

Критерии. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

Верно доказана только одна из двух оценок на количество очков у Пети – 3 балла.

Полное обоснованное решение – 7 баллов.

10.8. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

Ответ: Не могла.

Решение: Предположим, что сумма могла стать равной 175. Умножим каждое из полученных чисел на 3 (тогда сумма станет равной 525). Это будет равносильно тому, что некоторые задуманные ребята числа остались без изменений, а некоторые умножились на 15. Если число x умножается на 15, то сумма изменяется на $14x$, то есть на число, кратное 14. Так как часть чисел не менялась, а часть умножалась на 15, то итоговая сумма

изменилась на число, кратное 14. Однако изменение суммы, равное $525 - 125 = 400$, на 14 не делится. Противоречие.

Критерии. Верный ответ без обоснований – 0 баллов.

В решении предполагается (или неявно используется), что после изменения все числа также целые – не более 2 баллов.

Полное обоснованное решение – 7 баллов.

10.9. Числа x, y, z таковы, что $2x > y^2 + z^2$, $2y > x^2 + z^2$, $2z > y^2 + x^2$. Докажите, что $xyz < 1$.

Доказательство 1: Из условия следует, что числа x, y, z положительны. Заметим, что $y^2 + z^2 \geq 2yz$ (это неравенство равносильно $(y - z)^2 \geq 0$). Отсюда $x > yz$. Аналогично, $y > xz$, $z > ux$. Перемножив неравенства (обе части неравенств положительны), получим $xyz > (xyz)^2$. Отсюда следует требуемое.

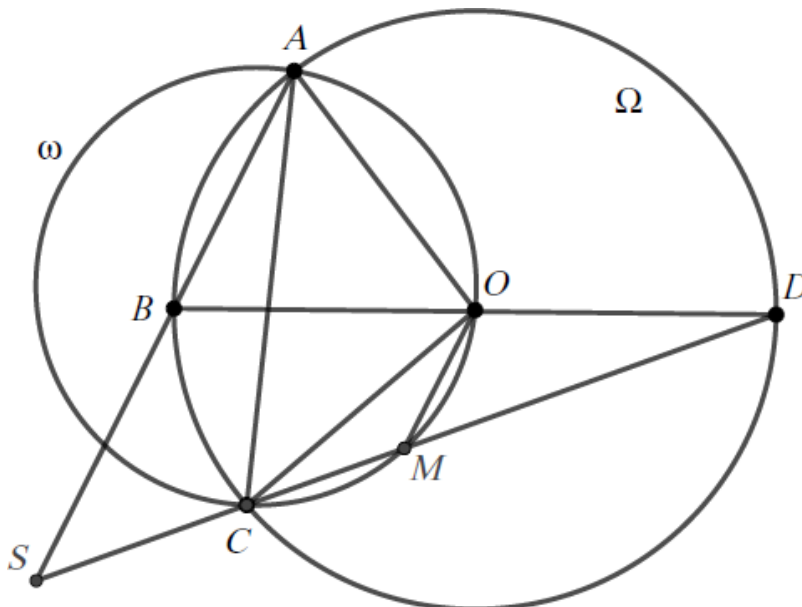
Доказательство 2: Из условия следует, что числа x, y, z положительны. Сложив первое и второе неравенство и преобразовав, получим $2 > (y - 1)^2 + (x - 1)^2 + 2z^2$. Отсюда $z^2 < 1$, то есть $z < 1$. Аналогично $x < 1$, $y < 1$. Перемножив неравенства, получаем требуемое.

Критерии. Замечено, что числа x, y, z положительны – 1 балл.

Полное обоснованное решение – 7 баллов.

10.10. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O , при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S . Окружность ω , проходящая через точки A, O, C , пересекает отрезок CD в точке M ($M \neq C$). Докажите, что M – середина отрезка DS .

Доказательство: Из условия следует, что четырехугольник $AOMC$ – вписанный (см. рис.), поэтому $\alpha = \angle OAC = 180^\circ - \angle OMC = \angle OMD$ (смежные углы). Треугольник OAC – равнобедренный, ($OA = OC$ как радиусы). Значит, $\angle OCA = \alpha$. Аналогично, $\angle OCD = \angle ODC = \beta$. Тогда $\angle ACD = \angle ACO + \angle OCD = \alpha + \beta$. Далее $\angle CAS = \angle CAB = \angle CDB = \beta$ (вписанные углы). Угол ACD – внешний для треугольника ACS , поэтому $\alpha + \beta = \angle ACD = \angle CAS + \angle CSA$, т.е. $\alpha + \beta = \beta + \angle CSA$. Итак, $\angle CSA = \alpha = \angle OMD$. Это означает, что $MO \parallel SA$. Но O – середина BD , значит, MO – средняя линия треугольника BSD . Следовательно, точка M – середина SD .



Критерии. Доказано, что $\angle OAC = \angle OMD$ - 2 балла.

**Материалы для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по математике 11 класса
2025- 2026 учебный год
Задания**

11.1 В школе учатся мальчики и девочки. Средний возраст мальчиков отличается от среднего возраста девочек, но среднее этих двух чисел совпадает со средним возрастом всех школьников. Кого в школе больше — мальчиков или девочек?

11.2 Докажите, что для любых неотрицательных чисел x и y справедливо неравенство:
 $2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y$.

11.3 Точки O и I — центры описанной и вписанной окружностей треугольника ABC , M — середина дуги AC описанной окружности (не содержащей B). Известно, что $AB = 15$, $BC = 7$ и $MI = MO$. Найдите AC .

11.4. Найдите все пары натуральных чисел a и b такие, что $3^a + 4^b$ является квадратом целого числа.

11.5. Имеется 10 палочек длины $1; 1.9; (1.9)^2; \dots; (1.9)^9$. Можно ли из этих палочек, используя не обязательно все, сложить а) треугольник? б) равнобедренный треугольник?

**Задания муниципального этапа
Всероссийской олимпиады по математике**

2025 -2026 учебный год

4 класс

Время проведения: 45 минут

Задание 1.

На столе лежат банан, груша, дыня, помидор и яблоко. Известно, что дыня весит больше, чем оставшиеся 4 предмета. Банан и помидор весят столько же, сколько груша и яблоко, а еще банан весит больше груши, но меньше, чем помидор. Соедините предметы с их весами в граммах. Веса: 120, 140, 150, 170, 1500.

Предметы: банан, груша, дыня, помидор и яблоко.

Задание 2.

Используя числа 1280, 740, 600, 60 и математические знаки «+» и «-», составь выражения, значение которых будет равно 0.

Задание 3.

Гусеница ползла по стволу дерева. За день она поднималась на 4 м вверх, а ночью сползала на 2 м вниз. На пятый день она достигла вершины дерева. Какой высоты было дерево?

Задание 4.

По зову дядьки Черномора явились 33 богатыря: каждый либо пешком, либо на коне. Каждый приехавший на коне богатырь взял с собой копьё. Пешком пришли 11 богатырей, а копьё не взяли 3 богатыря. На сколько число пеших богатырей с копьём меньше, чем богатырей, приехавших на коне?